УДК 1:001

Пронин А.С., Ромашкин К.И.
Российский государственный аграрный университет-МСХА им. К.А. Тимирязева

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ МАТЕМАТИКИ В НАУЧНОМ ПОЗНАНИИ

A. Pronin, K. Romashkin

Russian State Agricultural University
Moscow Agricultural Academy named after K.A. Timiryazev

ON THE EFFECTIVENESS OF MATHEMATICS IN SCIENTIFIC RESEARCH

Аннотация. На значительном историко-научном материале авторы выясняют предпосылки установления творческого диалога между математикой и естествознанием. Причины реальной утилизации абстрактных конструкций усматриваются в самой технике освоения математиком предметных сфер в “чистом” виде, что предвосхищает их последующее содержательное исследование в соответствующих теориях. Исходя из этого, можно заметить, что роль математики в научном познании со временем будет только возрастать.

Ключевые слова: математизация, моделирование, символизм, аксиоматизация, экстраполяция.

Abstract. Based on vast historical material the paper studies the preconditions of a productive dialogue established between mathematics and natural sciences. The mathematician studies the subject in a «pure» way by using abstract models, thus anticipating their subsequent research by corresponding sciences. Based on this assumption it is possible to claim that the role of mathematics in scientific cognition will be increasing with years.

Key words: mathematization, modelling, symbolism, axiomatization, extrapolation.

Вопрос о поразительной эффективности математики в естествознании всегда интересовал ученых и методологов. Однако отсутствие ясности в этом вопросе дало повод известной растерянности: факт эффективности математики в естествознании часто квалифицировался как непостижимый (Вигнер [2, с. 192]) или непознаваемый (Бурбаки [1, с. 258]). Мы не разделяем подобные оценки и настроения: пессимизм никогда не был конструктивным. Глубокие причины эффективности математики в естествознании кажутся нам вполне познаваемыми и постижимыми. Они, если отбросить детали частных мнений, сводятся к следующему.

I. Не будучи скована границами предметной области, математика располагает большими эвристическими и исследовательскими возможностями. Условия деятельности математика сравнимы с условиями деятельности научного фантаста. Действительно, в чем причины поразительной реалистичности и исключительной достоверности многих научно-фантастических прогнозов? «Видение сквозь время» объясняется свободой деятельности: трудностей практической реализации идей не существует, имеет место не скованное условиями творческое моделирование более или менее правдоподобных ситуаций, ограничиваемое одним – требованием внутренней непротиворечивости, самосогласованности, когерентности процесса и результата конструирования. Подобное же наблюдается и в математике. Анализируя предмет в “чистом” виде как некую логическую возможность, математика предвосхищает потенциальное предметно-содержательное его исследование в соответствующих теориях. Скажем, геометрия Лобачевского возникла как итог обнаружения возможности построения геометрии на той же аксиоматике, что и Евклидова, с видоизмененной аксиомой о параллельных. Полученная Лобачевским новая геометрия была “воображаемой”, абстрактной математической структурой. Однако спустя некоторое время она нашла применение в специальной теории относительности – СТО (пространство скоростей релятивистской механики является пространством Лобачевского), в космологии (во фридмановских открытых моделях пространственное сечение в сопутствующих материи системах отсчета описывается геометрией Лобачевского) и т. д.

Каковы причины этого? Чем объясняется существование тесной связи между математическими структурами и экспериментальными явлениями, иллюстрируемой, в частности, данным примером?

Сила математики – в абстрактно-универсальном (каким может быть только формальное) изучении предмета, что в свое время обосновали Грассман, Буль и др. Ставя вопрос о логической возможности чего-либо, математика анализирует предмет в максимально общем виде. Результатом анализа являются предметно недетализированные структуры, отвечающие критерию непротиворечивости. Будучи непротиворечивыми, математические структуры оказываются безразмерным резервуаром естественнонаучных интерпретаций: в зависимости от потребностей исследования они могут быть различным образом предметно, онтологически специфицированы. Реальная «безмерность» математических структур, их способность удовлетворять любым потенциальным интерпретациям часто порождает ощущение, что они *мудрее, чем мы, мудрее, чем их первооткрыватели*, что *мы получаем из них больше, чем в них было первоначально заложено* (Г. Герц).

Собственно, в чем магическая сила математических структур? В том, что они заключают в себе истину (это выясняется post factum) как бы раньше, до предметного знания того, истиной о чем является формально выраженная истина. Математика, таким образом, заготавливает истины как бы впрок, так как они воспринимаются как истины лишь спустя какое-то время (после нахождения подходящей интерпретации). Естественнонаучное познание слагается как бы из двух планов: общего – количественно-формального (математического) и особенного – качественно-предметного (естествоведческого). Они не синхронизированы во времени – этим и объясняется наличие “ножниц” между моментом генерации математических структур, которые могут быть положены в основу естественнонаучной теории, и моментом полного построения последней, связанного с нахождением интерпретаций математических структур. В этом, конечно, нет ничего мистического или непостижимого, в чем убеждает и пример геометрии Лобачевского.

Рассмотрим второй ранее поставленный вопрос о причинах связи математических структур с естественнонаучными явлениями. Эффективность математики в естествознании с этой стороны объясняется тем, что утверждения как математики, так и естествознания количественно детализируемы, так или иначе подводимы под категорию «числа» («величины»). Поэтому, если математические структуры интерпретировать как количественные соотношения между величинами, которым соответствуют какие-то реальные свойства, они обретают референты, становятся приложимыми к действительности. Механизмом перевода математических структур на язык естественнонаучных экспериментальных явлений, служат, как известно, правила соответствия, включающие операциональные определения. Отметим наличие опять-таки двух планов изучения «числа»: математического и естественнонаучного. Математика рассматривает «число» формально, через призму аксиоматик либо Цермело, либо фон Неймана. Естествознание рассматривает «число» предметно, через призму операциональных определений. Однако эти планы могут быть совмещены за счет естественнонаучного истолкования «чисел» посредством «меры», «величины», «измерения» и т. п. Следовательно, нетрудно понять: тайна необычайной эффективности математики в естествознании скрыта в идентификации формализмов с величинами, в единицах измерения. Все это представляет собой, образно говоря, "гвозди", которыми математические структуры "приколачиваются" к естественнонаучным явлениям [3, с. 36]. В случае геометрии Лобачевского такими "гвоздями" были количественно детализированные утверждения теории метрики пространства отрицательной кривизны, которая, возникнув в абстрактно-математическом, предметно "раскрепощенном" плане, впоследствии нашла приложение в рамках СТО, ОТО (специальной и общей теории относительности) и т. д., трансформируясь в онтологически специфицированный естественнонаучный план.

II. Математическое изучение предмета неотделимо от перевода проблемы с интуитивно-содержательного на формально-аксиоматический язык, что делает нестрогие качественные представления строгими и точными и тем самым расширяет эвристические горизонты исследования. Афоризм Дарвина «Математика, подобно жернову, перемалывает лишь то, что под него засыплют» легковесен. Математика – наука творческая, и ее творческая природа проявляется в естествознании в виде использования наработанных в математике идей и конструкций. В их числе:

1) *Формальные построения, которые выступают буквально как архетипы будущих предметно-содержательных естественнонаучных конструкций и теорий*. Так, спинорные представления были развиты Картаном как сугубо математические. Впоследствии, однако, Дирак нашел в них «полевые величины нового вида, простейшие уравнения которых позволили вывести общие свойства электронов» [5, с. 185]. Абстрактная математическая схема превратилась в конкретное естественнонаучное представление. Примеры такого рода неисчислимы. На базе теории групп, которую еще в начале века при пересмотре программы в Пристонском университете Джинс рекомендовал исключить из преподавания на том основании, что она якобы «никогда не найдет применения в физике», в 1961 г. «восьмеричным» путем Гелл-Манн предсказал существование неизвестной частицы омега-минус, которую в 1964 г. открыли Фаулер и Сеймиос. Разработанная Коши и Риманом теория функций комплексного переменного внедрена в теорию электрических цепей. Развитый Гильбертом функциональный анализ, сформулированная Коши и Эрмитом теория матриц успешно используются в квантовой механике. Фактором прогресса статистической механики выступила математическая теория канонических систем дифференциальных уравнений Гиббса. Во всех этих и многочисленных подобных им случаях вопреки формуле Дирихле вычисления не заменяют, а вызывают идеи.

Математика продуцирует онтологически неспецифицированные структуры; естествознание реализует только те из них, которые осмысленны с его позиций; возможная же переоценка естественнонаучной неосмысленности некоторых математических структур, как правило, влечет проникновение идей в естествознание. К примеру, Дирак поставил цель сформулировать уравнение для частицы со спином из уравнения с двойным решением: $E>E_o=m_oc^2$ (1) и $E<-E=m_oc^2$ (2). С физической точки зрения (2) – бессмысленно, как бессмысленны многие математически осмысленные корни уравнений *n*-степени. Однако Дирак не отбросил возможность – подчеркиваем, физически бессмысленную – отрицательного решения; поиск его интерпретации навел на мысль о существовании позитрона, который предсказан в 1931-м, а открыт в 1932 г.

2) Представления о гармонически изящных отношениях, отвечающих принципам симметрии. С этим, в частности, связаны исторически реализованные программы математизации естествознания. Среди них – выражающие идею количественной пропорциональности, гармоничности, концепции числа (Пифагор), правильных многогранников (Платон), совершенных геометрических фигур (Евдокс, Птолемей) и т. д., оказавшие заметное влияние на естественнонаучный поиск. Если считать, что неотъемлемым спутником математизации естествознания выступает уразумение приложимости математики к естественнонаучным явлениям, то общим для всех программ математизации естествознания будет признание того, что природа представляет собой реализацию простейших математически мыслимых элементов и что посредством чисто математических конструкций можно найти те понятия и закономерные связи между ними, которые дают ключ к пониманию явлений природы [5, с. 185].

3) Формальные точки зрения, которые в достаточной степени ограничивают бесконечное разнообразие возможностей.

Мир без ограничения разнообразия был бы полностью хаотическим (У.Р. Эшби). Инструментом упорядочения мира в науке является теория. Она огрубляет, схематизирует, идеализирует и т. д. мир, рассматривая его через призму конечного множества основоположений. В свою очередь, основоположения, используемые теорией образы и их закономерные связи, как правило, «могут быть получены в соответствии с принципом отыскания математически простейших понятий и связей между ними» [4, с. 184]. Эффективность математики в данном случае – в немногочисленности числа эвристических схем, возникающих в качестве моделей разнообразных явлений. С одной стороны, число математически возможных простых типов соотношений между явлениями природы и простых уравнений, возможных между ними, ограничено – на этом основано применение математики как инструмента познания мира вглубь. С другой стороны, свобода от привязки математики к конкретной онтологической области позволяет вырабатывать предметно универсальные формализмы, единообразно описывающие свойства объектов различной природы, – на этом основано использование математики как инструмента познания мира вширь.

III. Язык математики, удобный в обращении, оптимизирует естественнонаучную деятельность. Всякой теории поставлен в соответствие свой особый математический язык. В классической механике это язык чисел, векторов; в релятивистской механике – язык четырехмерных векторов и тензоров; в квантовой механике – язык операторов и т. д.

Динамика смены математического языка, используемого, к примеру, в физике, является хорошим индикатором стадий роста этой науки. Классико-механическая программа, принятая в физике до XX в., исходила из возможности редукции всей физики к механике. Однако применяемый в последней аппарат обыкновенных дифференциальных уравнений не позволял описывать тепловые, электрические явления и т. д. В связи с этим Фурье предложил использовать более “гибкий” аппарат дифференциальных уравнений в частных производных. Но, как показал опыт, и он оказался не универсальным: в рамки дифференциально-аналитического подхода не вписывались релятивистика и квантовая механика. В настоящее время математический фундамент физики многообразен. После доказательства невозможности редуцировать содержание физики к содержанию механики (соответственно показа невозможности редукции используемого в физике математического аппарата к обыкновенным дифференциальным уравнениям) этот фундамент образуют идеи не только дифференциально-аналитического, но и теоретико-группового (теоретико-инвариантного) (СТО), дифференциально-геометрического (ОТО) и функционально-аналитического (квантовая механика) подходов. Их многообещающий синтез лежит в основе программы построения физики будущего.

Свобода выбора математического аппарата для соответствующих теорий ограничивается давлением эмпирии, необходимостью принимать в расчет наличие объективной логики предмета – в конце концов, именно она, а не математический аппарат, определяет позитивное содержание теории.

Естествознание – ассоциация опытных наук, связанных с конкретными фрагментами действительности; обращению к тому или другому математическому аппарату здесь должен предшествовать тщательный анализ вопроса о его адекватности в смысле согласуемости с содержанием соответствующего действительности опыта. Для ученого-естественника важна идентифицируемость математического аппарата с величинами – только в этом случае он способен выполнять описательную, генерализирующую, кодифицирующую, нормативную и другие функции, утверждать нечто об объективной действительности.

Непротиворечивый математический аппарат, будучи неприемлемым для описания действительности в одной теории, вполне может оказаться приемлемым для той же цели в другой. Обоснованием этого в общем случае служит положение о предметной интерпретируемости непротиворечивых математических структур. Истоки же принципиальной применимости математического аппарата к описанию действительности заключаются в эмпирическом происхождении математических структур.

IV. Задавая принципы объективной фиксации результатов в виде требований инвариантности уравнений (формулировок, законов) теории относительно групп преобразований, математика выступает своеобразным “гарантом” объективности естественнонаучных знаний. Это положение требует разъяснений. Дело в том, что уравнения абстрактного математизированного естествознания не описывают непосредственно поведение материальных объектов. Будучи сформулированы применительно к реальности идеализированной, конструктивной, они описывают поведение идеальных объектов – математической точки (классическая механика), точки-события (СТО) и т. д., – имеющих модельный статус относительно их объективных аналогов. Совершенно ясно, что требование инвариантности уравнений, описывающих поведение идеализаций, относительно групп преобразований гарантировать объективность в смысле совпадения естественнонаучных знаний с действительностью не может. Гарантом их истинности, достоверности служит практика, эмпирическая апробация, опыт. Тем не менее, расценивать требование инвариантности уравнений естественнонаучной теории относительно групп преобразований как гарант их объективности можно и необходимо.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. – М.: Иностранная литература, 1963. – 292 с.

2. Вигнер Е. Этюды о симметрии. – М.: Мир, 1971. – 320 с.
3. Смирнов Г. Числа, которые преобразили мир // Техника молодежи, 1981. – № 1. – С. 35–39.
4. Эйнштейн А. Собрание научных трудов: в 4 т. Т. II. – М.: Наука, 1966. – 878 с.
5. Эйнштейн А. Собрание научных трудов: в 4 т. Т. IV. – М.: Наука, 1967. – 600 с.