УДК 1:001

Пронин А.С.

ПРОБЛЕМА ЭФФЕКТИВНОСТИ МАТЕМАТИКИ В ЕСТЕСТВОЗНАНИИ*

Аннотация. Математическое познание, по версии автора, предстает единством двух видов математической деятельности. Первый – разработка абстрактных, концептуальных схем, выраженных ресурсами формализованных языков. Второй – испытание, применение свободно созданных абстрактно-логических построений. Критерием адекватности продуктов математического познания служит не априорная интуиция, не опытное созерцание, а общая плодотворность свободно созданных абстрактных схем в научной деятельности.

Ключевые слова: математическое познание, эффективность, естествознание, изоморфизм, моделирование, формализация.

A. Pronin

PROBLEM OF MATHEMATIC EFFICIENCY IN NATURAL SCIENCES

Abstract. according to author's opinion the mathematical knowledge appears as unity of two kinds of mathematical activity. The first – working out of the abstract, conceptual schemes expressed by resources of formalized languages. The second – test, application of freely created abstract-logic constructions. As criterion of adequacy of mathematical knowledge products, not skilled contemplation, and the general fruitfulness of freely created abstract schemes the aprioristic intuition serves in scientific activity not.

Key words: mathematical knowledge, efficiency, natural sciences, isomorphism, modeling, formalization.

Вопрос о поразительной эффективности математики в естествознании всегда интересовал ученых и методологов. Однако отсутствие ясности в этом вопросе дало повод известной растерянности: факт эффективности математики в естествознании часто квалифицировался как непостижимый (Вигнер) [3, 192] или непознаваемый (Бурбаки) [2, 258]. Мы не разделяем подобные оценки и настроения: пессимизм никогда не был конструктивным. Глубокие причины эффективности математики в естествознании кажутся нам вполне познаваемыми и постижимыми. Они, если отбросить детали частных мнений, сводятся к следующему.

I. Не будучи скована границами предметной области, математика располагает большими эвристическими и исследовательскими возможностями. Условия деятельности математика сравнимы с условиями деятельности научного фантаста. Действительно, в чем причины поразительной реалистичности и исключительной достоверности многих научно-фантастических прогнозов? «Видение сквозь время» объясняется свободой деятельности: трудностей практической реализации идей не существует, имеет место нескованное условиями творческое моделирование более или менее правдоподобных ситуаций, ограничиваемое одним – требованием внутренней непротиворечивости, самосогласованности, когерентности процесса и результата конструирования. Подобное же наблюдается и в математике. Анализируя предмет в «чистом» виде как некую логическую возможность, математика предвосхищает потенциальное предметно-содержательное его исследование в соответствующих теориях. Скажем, геометрия Лобачевского возникла как итог обнаружения возможности построения геометрии на той же аксиоматике, что и евклидова, с видоизмененной аксиомой о параллельных. Полученная Лобачевским новая геометрия была «воображаемой», абстрактной математической структурой. Однако спустя некоторое время она нашла применение в СТО (пространство скоростей релятивистской механики является пространством Лобачевского), в космологии (во фридмановских открытых моделях пространственное сечение в сопутствующих материи системах отсчета описывается геометрией Лобачевского) и т.д.

Каковы причины этого? Чем объясняется существование тесной связи между математическими структурами и экспериментальными явлениями, иллюстрируемой, в частности, данным примером?

Сила математики – в абстрактно-универсальном (которое может быть только формальным) изучении предмета, что в свое время обосновали Грассман, Буль и др. Ставя вопрос о логической возможности чего-либо, математика анализирует предмет в максимально общем виде. Результатом анализа являются предметно недетализированные структуры, отвечающие критерию непротиворечивости. Будучи непротиворечивыми, математические структуры оказываются безразмерным резервуаром естественнонаучных интерпретаций: в зависимости от потребностей исследования они могут быть различным образом предметно, онтологически специфицированы. Реальная «безмерность» математических структур, их способность удовлетворять любым потенциальным интерпретациям часто порождает ощущение, что они «мудрее, чем мы, мудрее, чем их первооткрыватели, что мы получаем из них больше, чем в них было первоначально заложено» (Г.Герц) [6, 143].

Собственно, в чем магическая сила математических структур? В том, что они заключают в себе истину (это выясняется post festum) как бы раньше, до предметного знания того, истиной о чем является формально выраженная истина. Математика, таким образом, заготавливает истины как бы впрок, так как они воспринимаются как истины лишь спустя какое-то время (после нахождения подходящей интерпретации). Естественнонаучное познание слагается как бы из двух планов: общего – количественно-формального (математического) и особенного – качественно-предметного (естествоведческого). Они не синхронизированы во времени – этим и объясняется наличие «ножниц» между моментом генерации математических структур, которые могут быть положены в основу естественнонаучной теории, и моментом полного построения последней, связанного с нахождением интерпретаций математических структур. В этом, конечно, нет ничего мистического или непостижимого, в чем убеждает и пример геометрии Лобачевского.

Рассмотрим второй ранее поставленный вопрос о причинах связи математических структур с естественнонаучными явлениями. Эффективность математики в естествознании с этой стороны объясняется тем, что утверждения как математики, так и естествознания количественно детализируемы, так или иначе подводимы под категорию «числа» («величины»), поэтому, если математические структуры интерпретировать как количественные соотношения между величинами, которым соответствуют какие-то реальные свойства, они обретают референты, становятся приложимыми к действительности. Механизмом перевода математических структур на язык естественнонаучных экспериментальных явлений, служат, как известно, правила соответствия, включающие операциональные определения. Отметим наличие опять-таки двух планов изучения «числа»: математического и естественнонаучного. Математика рассматривает «число» формально через призму аксиоматик либо Цермело, либо фон Неймана. Естествознание рассматривает «число» предметно через призму операциональных определений. Однако эти планы могут быть совмещены за счет естественнонаучного истолкования «чисел» посредством «меры», «величины», «измерения» и т.п.

Следовательно, нетрудно понять: тайна необычайной эффективности математики в естествознании скрыта в идентификации формализмов с величинами, в единицах измерения. Все это представляет собой, образно говоря, «гвозди», которыми математические структуры «приколачиваются» к естественнонаучным явлениям [4, 36]. В случае геометрии Лобачевского такими «гвоздями» были количественно детализированные утверждения теории метрики пространства отрицательной кривизны, которая, возникнув в абстрактно-математическом, предметно «раскрепощенном» плане, впоследствии нашла приложение в рамках СТО, ОТО и т.д., трансформируясь в онтологически специфицированный естественнонаучный план.

II. Математическое изучение предмета неотделимо от перевода проблемы с интуитивно-содержательного на формально-аксиоматический язык, что делает нестрогие качественные представления строгими и точными, и тем самым расширяет эвристические горизонты исследования. Афоризм Дарвина - «Математика, подобно жернову, перемалывает лишь то, что под него засыплют» – на наш взгляд, несколько легковесен. Математика – наука творческая, и ее творческая природа проявляется в естествознании в виде использования наработанных в математике идей и конструкций. В их числе:

1) Формальные построения, которые выступают буквально как архетипы будущих предметно-содержательных естественнонаучных конструкций и теорий. Так, спинорные представления были развиты Картаном как сугубо математические. Впоследствии, однако, Дирак нашел в них «полевые величины нового вида, простейшие уравнения которых позволили вывести общие свойства электронов» [8, 184]. Абстрактная математическая схема превратилась в конкретное естественнонаучное представление. Примеры такого рода неисчислимы. На базе теории групп, которую еще в начале века при пересмотре программы в Пристонском университете Джинс рекомендовал исключить из преподавания на том основании, что она якобы «никогда не найдет применения в физике», в 1961г. «восьмиричным» путем Гелл-Манн предсказал существование неизвестной частицы омега-минус, которую в 1964 г. открыли Фаулер и Сеймиос. Разработанная Коши и Риманом теория функций комплексного переменного внедрена в теорию электрических цепей. Развитый Гильбертом функциональный анализ, сформулированная Коши и Эрмитом теория матриц успешно используются в квантовой механике. Фактором прогресса статистической механики выступила математическая теория канонических систем дифференциальных уравнений Гиббса. Во всех этих и многочисленных подобных им случаях вопреки формуле Дирихле вычисления не заменяют, а вызывают идеи. Объяснимся подробнее.

Математика продуцирует онтологически неспецифицированные структуры; естествознание реализует только те из них, которые осмысленны с его позиций; возможная же переоценка естественнонаучной «неосмысленности» некоторых математических структур, как правило, влечет проникновение идей в естествознание. К примеру, Дирак, поставивший цель сформулировать уравнение для частицы со спином, которые из уравнения с двойным решением: $E>E_o=m_oc^2$ (1) и $E<-E=m_oc^2$ (2). С физической точки зрения (2) – бессмысленно, как бессмысленны многие математически осмысленные корни уравнений *n*-степени. Однако Дирак не отбросил возможность – подчеркиваем: физически бессмысленную – отрицательного решения; поиск его интерпретации навел на мысль существования позитрона, который предсказан в 1931-м, а открыт в 1932 г.

2) Представления о гармонически изящных отношениях, отвечающих принципам симметрии. С этим, в частности, связаны исторически реализованные программы математизации естествознания. Среди них - выражающие идею количественной пропорциональности, гармоничности, концепции числа (Пифагор), правильных многогранников (Платон), совершенных геометрических фигур (Евдокс, Птолемей) и т.д., оказавшие заметное влияние на естественнонаучный поиск. Если считать, что неотъемлемым спутником математизации естествознания выступает уразумение приложимости математики к естественнонаучным явлениям, то общим для всех программ математизации естествознания будет признание того, что природа представляет собой реализацию простейших математически мыслимых элементов и что посредством чисто математических конструкций можно найти те понятия и закономерные связи между ними, которые дают ключ к пониманию явлений природы [8, 184].

3) Формальные точки зрения, которые в достаточной степени ограничивают бесконечное разнообразие возможностей.

Мир без ограничения разнообразия был бы полностью хаотическим (У.Р. Эшби). Инструментом упорядочения мира в науке является теория. Она огрубляет, схематизирует, идеализирует, по-разному интерпретирует мир, рассматривая его через призму конечного множества основоположений. В свою очередь, основоположения, используемые теорией образы и их закономерные связи, как правило, «могут быть получены в соответствии с принципом отыскания математически простейших понятий и связей между ними» [7, 185]. Эффективность математики в данном случае – в немногочисленности числа эвристических схем, возникающих в качестве моделей разнообразных явлений. С одной стороны, число математически возможных простых типов соотношений между явлениями природы и простых уравнений, возможных между ними, ограничено, – на этом основано применение математики как инструмента познания мира вглубь. С другой стороны, свобода от привязки математики к конкретной онтологической области позволяет вырабатывать предметно универсальные формализмы, единообразно описывающие свойства объектов различной природы, – на этом основано использование математики как инструмента познания мира вширь.

III. Язык математики, очень удобный в обращении, оптимизирует естественнонаучную деятельность. Всякой теории поставлен в соответствие свой особый математический язык. В классической механике это язык чисел, векторов; в релятивистской механике – язык четырехмерных векторов и тензоров; в квантовой механике – язык операторов и т.д.

Динамика смены математического языка, используемого, к примеру, в физике, является хорошим индикатором стадий роста этой науки. Классико-механическая программа, принятая в физике до XX в., исходила из возможности редукции всей физики к механике. Однако применяемый в последней аппарат обыкновенных дифференциальных уравнений не позволял описывать тепловые, электрические явления и т.д. В связи с этим Фурье предложил использовать более «гибкий» аппарат дифференциальных уравнений в частных производных. Но, как показал опыт (и он оказался неуниверсальным), в рамки дифференциально-аналитического подхода не вписывались релятивистика и квантовая механика. В настоящее время математический фундамент физики многообразен. После доказательства невозможности редуцировать содержание физики к содержанию механики (соответственно показу невозможности редукции используемого в физике математического аппарата к обыкновенным дифференциальным уравнениям) этот фундамент образуют идеи не только дифференциально-аналитического, но и теоретико-группового (теоретико-инвариантного) (СТО), дифференциально-геометрического (ОТО) и функционально-аналитического (квантовая механика) подходов. Их многообещающий синтез лежит в основе программы построения физики будущего.

Свобода выбора математического аппарата для соответствующих теорий ограничивается давлением эмпирии, необходимостью принимать в расчет наличие объективной логики предмета, – в конце концов, именно она, а не математический аппарат определяет позитивное содержание теории.

Естествознание – ассоциация опытных наук, связанных с конкретными фрагментами действительности; обращению к тому или другому математическому аппарату здесь должен предшествовать тщательный анализ вопроса о его адекватности в смысле согласуемости с содержанием соответствующего действительности опыта. Для ученого-естественника важна идентифицируемость математического аппарата с величинами, – только в этом случае он способен выполнять описательную, генерализирующую, кодифицирующую, нормативную и другие функции, «утверждать» нечто об объективной действительности.

Непротиворечивый математический аппарат, будучи неприемлем для описания действительности в одной теории, вполне может оказаться приемлемым для той же цели в другой. Обоснованием этого в общем случае служит положение о предметной интерпретируемости непротиворечивых математических структур. Истоки же принципиальной применимости математического аппарата к описанию действительности заключаются в эмпирическом происхождении математических структур.

IV. Задавая принципы объективной фиксации результатов в виде требований инвариантности уравнений (формулировок, законов) теории относительно групп преобразований, математика выступает своеобразным «гарантом» объективности естественнонаучных знаний. Это положение требует разъяснений. Дело в том, что уравнения абстрактного математизированного естествознания не описывают непосредственно поведение материальных объектов. Будучи сформулированы применительно к реальности идеализированной, конструктивной, они описывают поведение идеальных объектов – математической точки (классическая механика), точки-события (СТО) и т.д., – имеющих модельный статус относительно их объективных аналогов. Совершенно ясно, что требование инвариантности уравнений, описывающих поведение идеализаций, относительно групп преобразований гарантировать объективность в смысле совпадения естественнонаучных знаний с действительностью не может. Гарантом их истинности и достоверности служит практика, эмпирическая апробация, опыт. Тем не менее расценивать требование инвариантности уравнений естественнонаучной теории относительно групп преобразований как гарант их объективности можно и необходимо.

После перечисления, этих, как кажется, основных причин возможности и желательности использования математики в естествознании зафиксируем факторы, которые препятствуют или сдерживают процесс его математизации. К ним мы бы отнесли такие:

а) Математизация (в частности, квалификация, метризация, логификация) возможна лишь при наличии обратной связи, творческого диалога между математикой и естествознанием. Однако установление диалога – вещь не всегда осуществимая. В самом деле, формулировки и утверждения математики в естествоведческом плане бессмысленны, под чем разумеется, в первую очередь, их опытная, экспериментальная, фактуальная и т.д. бессмысленность. Наделение естественнонаучным смыслом формулировок математики достигается через интерпретацию, операциональные определения. В одних случаях наделить математические утверждения естественнонаучным смыслом удается: таков, например, коэффициент аффинной связности в теории гравитации. В других случаях это оказывается невозможным, к примеру, естественник не видит смысла аксиомы Архимеда, иррациональных и трансцендентных чисел, несоизмеримостей и т.д., – он не может работать с координатой X, имеющей «величину $X=\sqrt{2}$ дюймов или $X = \pi$ сантиметров» [1, 64]. В этих случаях очевидно: математизация естествознания неосуществима!

б) Математизация возможна лишь при совпадении возможностей естественнонаучного спроса и математического предложения. «Математик – приводит Эйнштейн афоризм друга-математика, – на что-то способен, но, разумеется, как раз не на то, что от него хотят получить в данный момент» [7, 14]. Ситуация, описываемая наиболее «обидной» частью этого афоризма, которая идет после «но», вовсе не обидна и имеет глубокие корни в практике функционирования математики и естествознания.

С позиций используемости математического аппарата в естествознании следует выделить три случая. Первый – аппарат математики актуально используется в естествознании. Второй – аппарат математики может использоваться потенциально. Здесь имеются две возможности. Существует материальная возможность потенциального применения математического аппарата в естествознании. Этот вариант описывает хорошо известные факты временного несоответствия двух планов естественнонаучной деятельности – получения формализма и его интерпретации. Зачастую, как отмечает Дирак, «легче открыть математическую формулу, необходимую для какой-нибудь основной физической теории, чем ее интерпретировать.

Это потому, что число случаев, среди которых приходится выбирать при открытии формализма, весьма определенно, так как в математике не много основных идей, тогда как при их физической интерпретации могут обнаруживаться чрезвычайно неожиданные вещи» [5, 140]. Вспомним, насколько нетривиальной оказалась проблема нахождения материального носителя электромагнитных процессов в пространстве, свидетельствует тот факт, что теория Максвелла, казалось бы базирующаяся на признании поля в качестве объективной реальности, рассматривалась современниками как чисто феноменологическая теория – система уравнений Максвелла, – так и не получивших до создания СТО удовлетворительного толкования.

Существует формальная возможность потенциального применения математического аппарата в естествознании. Вариант описывает факт существования реально неиспользуемых в естествознании математических структур, которые не внедряются в теории по причине несоответствия требованиям «предметной логики», но которые все же могут быть внедрены в них по причине самонепротиворечивости.

Третий случай – требуемого естествознанию математического аппарата не существует. Возможность данного случая определяется, с одной стороны, реальным пресыщением естествознания потреблением наличных математических структур, которые уже не удовлетворяют его запросам, а с другой стороны, реальным отсутствием необходимого математического аппарата, который мог бы удовлетворить имеющиеся у естествознания запросы. Почему возникают «ножницы» в производстве и потреблении естествознанием математических структур? Ответ прост. Математика – не придаток естествознания, а автономная наука, вообще не производящая осмысленную в естественнонаучном плане продукцию: это не ее дело. Генерация результатов в математике подчиняется не внешним запросам, какими выступают и запросы естествознания, а внутренней логике изменения проблемной области. Математика удовлетворяет запросы естествознания в решении только тех вопросов, которые могут быть осознаны и поняты как вопросы математические. Наличие «ножниц», таким образом, есть следствие объективного взаимоотношения двух самостоятельных научных дисциплин. Естествознание применяет математику только тогда, когда оно способно спроецировать математические структуры на свою проблемную область, перевести формулировки математики на свой язык, и наоборот.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Бриллюэн Л. Научная неопределенность и информация. - М.: Мир, 1966. – 271 с.
2. Бурбаки Н. Очерки по истории математики. - М.: ИЛ, 1963. – 292 с.
3. Вигнер Е. Этюды о симметрии. - М.: Мир, 1971. – 320 с.
4. Смирнов Г. Числа, которые преобразили мир // Техника молодежи, 1981, №1. – С. 35-39.
5. Степин В.С., Елсуков А.К. Методы научного познания. - Минск: БГУ, 1974. – 152 с.
6. Терентьев М.В. Теория эфира. - М.: ФАЗИС, 1999. – 176 с.
7. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. - М.: Наука, Т.II. – 878 с.
8. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. - М.: Наука, Т. IV. – 600 с.